

貸倒金額の確率分布算出装置

SYSTEM FOR COMPUTING PROBABILITY DISTRIBUTION OF LOAN LOSSES

BACKGROUND OF THE INVENTION

Field of the Invention

本発明は、複数の貸出先を有する金融機関において、各貸出先の貸出金額と、各貸出先の倒産確率とが既知であることを前提に、貸出金全体から発生する貸倒金額の確率分布を算出するためのコンピュータ技術に関する。

Description of the Related Background Art

都市銀行等のある程度の規模を有する金融機関の場合、資金を貸し出している貸出先は、数万先にのぼる。ここで、1つの貸出先に着目した場合、その貸出先が倒産する場合と、倒産しない場合の、2通りが考えられる。つまり、1つの貸出先について、倒産、非倒産の2通りが考えられる。したがって、貸出金全体から発生する貸倒金額の確率分布を算出しようとする場合、全体の倒産、非倒産の場合の数は、2の貸出先数乗、すなわち、2の数万乗という莫大な数になってしまう。このため、それぞれの貸出先の倒産する確率である倒産確率と、それぞれの貸出先の貸出金額がわかっていたとしても、貸出金全体での倒産金額の確率分布を算出するためには、2の数万乗（約1兆の千乗程度）という、莫大な場合のすべてについて計算する必要がある、この確率分布の算出はコンピュータを利用しても事実上不可能である。つまり、コンピュータを用いたとしても計算負荷が大きすぎて、算出することが現実的にできない。したがって、現状ではこの分野で貸倒金額の確率分布を正確に計算する技術はない。

上述したところからわかるように、従来、貸倒金額の確率分布を正確に算出する技術が存在しなかったため、この貸倒金額の確率分布を求めるために、シュミレーション法が採用されていた。このシュミレーション法とは、全体の倒産、非倒産のうちの一部をサンプルとして抽出し、このサンプルの貸倒金額の確率分布を算出した上で、全体の貸倒金額の確率分布を推定するという方法であった。すなわち、2の数万乗の場合の数の中から乱数により1万件程度を取り出し、その

APRIL 1950 MAY 1950 JUNE 1950 JULY 1950 AUGUST 1950 SEPTEMBER 1950 OCTOBER 1950 NOVEMBER 1950 DECEMBER 1950

SUMMARY OF THE INVENTION

本発明の1つのアスペクトは、

前記入力手段で入力された前記貸出金額と前記倒産確率に基づいて、その特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記確率分布算出手段により算出された前記確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

本発明の別のアスペクトは、

- 2 -

前記複数の貸出先のそれぞれの格付が変動する確率である格付変動確率と、前記複数の取引先の前記格付の変動による債権価値の変動額である債権価値変動額とを取得する、取得手段と、

前記取得手段で取得した前記格付変動確率と前記債権価値変動額とに基づいて、その特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記確率分布算出手段により算出された前記確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

を備える貸倒金額の確率分布算出装置を提供する。

本発明のさらに別のアスペクトは、

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、前記複数の貸出先のそれぞれの貸出金額と倒産確率とを入力するための、入力手段と、

前記入力手段で入力された前記貸出金額に基づいて、前記貸出先が倒産した場合に前記金融機関が実質的に損害を被る金額である実損金額を算出する、実損金額算出手段と、

前記実損金額と前記倒産確率とに基づいて、その特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記確率分布算出手段により算出された前記確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

を備える貸倒金額の確率分布算出装置を提供する。

本発明のさらなる別のアスペクトは、

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、前記貸出先が倒産した場合に前記金融機関が実質的に損害を被る金額である実損金額を将来の変動を予測して複数取得するとともに、前記貸出先が倒産する倒産確率を将来の変動を予測して複数取得して、これを複数のシナリオとする、シ

ナリ才取得手段と、

前記シナリオ取得手段で取得した複数の前記実損金額と前記倒産確率とに基づいて、前記シナリオ毎に特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、前記シナリオ毎に確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記シナリオ毎の確率分布の平均である平均確率分布を算出するための、平均確率分布算出手段と、

前記平均確率分布算出手段により算出された前記平均確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

を備える貸倒金額の確率分布算出装置を提供する。

本発明のさらに別のアスペクトは、

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、前記貸出先が倒産した場合に前記金融機関が実質的に損害を被る金額である実損金額を将来の変動を予測して複数取得するとともに、前記貸出先が倒産する倒産確率を将来の変動を予測して複数取得して、これを複数のシナリオとする、シナリオ取得手段と、

前記シナリオ取得手段で取得した複数の前記実損金額と前記倒産確率とに基づいて、前記シナリオ毎に特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、前記シナリオ毎に確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記確率分布算出手段により算出された前記シナリオ毎の確率分布をそれぞれ出力するための、確率分布出力手段と、

を備える貸倒金額の確率分布算出装置を提供する。

本発明のそしてさらなるアスペクトは、

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、前記複数の貸出先のそれぞれの貸出金額を取得するとともに、前記貸出先が倒産する倒産確率を将来の変動を予測して複数取得して、これを複数のシナリオとする、シナリオ取得手段と、

前記シナリオ取得手段で取得した前記貸出金額と複数の前記倒産確率とに基づ

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、前記シナリオ毎に確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記シナリオ毎の確率分布の平均である平均確率分布を算出する、平均確率分布算出手段と、

前記平均確率分布算出手段により算出された前記平均確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

を備える貸倒金額の確率分布算出装置を提供する。

本発明のまた別のアスペクトは、

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、前記複数の貸出先のそれぞれの貸出金額を取得するとともに、将来を予測して、前記貸出先が倒産する複数の倒産確率を取得して、これを複数のシナリオとする、シナリオ取得手段と、

前記シナリオ取得手段で取得した前記貸出金額と前記複数の倒産確率とに基づいて、前記シナリオ毎の特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、前記シナリオ毎に確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記確率分布算出手段により算出された前記シナリオ毎の確率分布をそれぞれ出力するための、確率分布出力手段と、

を備える貸倒金額の確率分布算出装置を提供する。

本発明のまた別のアスペクトは、

N個の貸出先 $k = 1 \dots N$ を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、

前記N個の貸出先 $k = 1 \cdots N$ のそれぞれの貸出金額 M_k と倒産確率 p_k とを入力するための、入力手段と、

前記入力手段で入力された前記貸出金額 M_k と前記倒産確率 p_k のうちの少なくとも一方に基づいて、前記貸出先数 N を算出するための、貸出先数算出手段と、

フーリエ変換の分点数 n に対して、 $t = 2\pi m / (2^{2n})$ 、 $(m = 0, 1, 2, \dots, 2^{2n} - 1)$ の各 t における特性関数

ことにより、確率分布を算出するための、確率分布算出処理と、

前記確率分布算出処理により算出された前記確率分布を出力するための、確率分布出力処理と、

を備えるプログラムを記録した記録媒体を提供する。

BRIEF DESCRIPTION OF THE DRAWINGS

図1は、確率分布と特性関数に対するフーリエ変換とフーリエ逆変換との関係を示す図、

図2は、本発明の第1実施形態に係る貸倒金額の確率分布を求めるための処理を概略的に示したフロー図、

図3は、本発明の第1実施形態に係る貸倒金額の確率分布を求めるための処理を詳細に示したフロー図（その1）、

図4は、本発明の第1実施形態に係る貸倒金額の確率分布を求めるための処理を詳細に示したフロー図（その2）、

図5は、本発明により得られた確率分布のグラフの一例を示す図、

図6は、本発明の第2実施形態に係る貸倒金額の確率分布を求めるための処理を概略的に示したフロー図、

図7は、本発明により得られた確率分布のグラフの一例を示す図、

図8は、現時点から将来のある一時点までにある取引先の格付が変動するパターンを説明するための図、

図9は、本発明の第3実施形態に係る貸倒金額の確率分布を求めるための処理を概略的に示したフロー図、

図10は、本発明の第4実施形態に係る貸倒金額の確率分布を求めるための処理を概略的に示したフロー図、

図11は、本発明をハードウェア的に実現した場合の貸倒金額の確率分布算出装置、

図12は、従来のシミュレーション法により得られた確率分布のグラフの一例を示す図。

DETAILED DESCRIPTION OF THE PREFERRED EMBODIMENTS

〔第1実施形態〕

本発明の第1実施形態は、確率分布と特性関数が、フーリエ変換及びフーリエ逆変換により、一対一に対応していることを利用して、金融機関における貸出先全体の貸倒金額の特性関数をまず求めて、この特性関数をフーリエ逆変換することにより、全体の貸倒金額の確率分布を求めようとするものである。より詳しくを以下に説明する。

まず図1に基づいて、確率分布と特性関数に対する、フーリエ変換とフーリエ逆変換の関係を説明する。図1は、確率分布と特性関数に対する、フーリエ変換とフーリエ逆変換の関係を示す図である。

この図1からわかるように、確率分布をフーリエ変換すると、特性関数が求まる。これに対して、特性関数をフーリエ逆変換すると、確率分布が求まる。本実施形態は、この関係を利用して、全体の貸倒金額の特性関数を求めた上で、この求まった特性関数をフーリエ逆変換して全体の貸倒金額の確率分布を求めるのである。

次に、本実施形態における全体の貸倒金額の確率分布を求めるための過程を説明する。

貸出先の数をNとする。すなわち、貸倒金額の確率分布を求めるための対象となる貸出先の数をNとする。この貸出先の数Nは、ある金融機関における全貸出先の数であってもよいし、複数の貸出先をまとめたグループ内の貸出先の数であってもよい。X_kは貸出先kの倒産（X_k=1）、非倒産（X_k=0）を表す確率変数とする。ここで、k=1、2、…Nである。貸出先kが倒産する確率である倒産確率はp_kとする。また、確率変数X_kはそれぞれ独立であると仮定する。すなわち、ある貸出先が倒産する確率と、別の貸出先が倒産する確率とは、独立であると仮定する。M_kを貸出先kへの貸出金額とし、貸出金全体での貸倒金額をLとする。すると、貸出金全体での貸倒金額Lの分布は、数式（1）で表される。

$$L = \sum_{i=1}^N M_i X_i \quad \dots (1)$$

貸出金全体の貸倒金額 L の特性関数 $\phi(t)$ を考える。特性関数 $\phi(t)$ の定義は、 $\phi(t) = E[\exp(iLt)]$ である。ここで $i = \sqrt{-1}$ を意味しており、 E は期待値を意味しており、 $\exp()$ は自然対数の底を底とする指数関数を意味している。この特性関数 $\phi(t)$ を展開すると、

$$\phi(t) = E[\exp(iLt)]$$

$$= E[\exp(it \sum_{k=1}^N M_k X_k)]$$

独立性より、

$$= \prod_{k=1}^N E[\exp(it M_k X_k)]$$

$$= \prod_{k=1}^N \{ (1 - p_k) + p_k \exp(it M_k) \}$$

$$= \prod_{k=1}^N \{ 1 + p_k (\exp(it M_k) - 1) \} \quad \dots (2)$$

この数式 (2) より、特性関数が定式化できる。

次に、フーリエ逆変換を考える。本実施形態においては、コンピュータを用いた高速フーリエ変換法 (Fast Fourier Transform: FFT) を用いる。この FFT では、

$$t = \frac{2\pi m}{2^n} \quad (m = 0, 1, 2 \dots 2^n - 1) \quad \dots (3)$$

について、特性関数 $\phi(t)$ の値を複素数で与えれば、フーリエ逆変換が行われ、貸出金全体での貸倒金額 L の確率分布 $f(L)$ が計算される。ここで、 $m=0, 1, 2 \dots 2^n-1$ であり、 $L=0, 1, 2 \dots 2^n-1$ である。また、 n はフーリエ変換の分点数 Q を定めるパラメータである。つまり、分点数 $Q=2^{2^n}$ 個になる。したがって、数式(2)に数式(3)を順次代入することにより、貸倒金額 L の確率分布 $f(L)$ を算出することができる。

次に、図2乃至図4に基づいて、上述した貸倒金額 L の確率分布 $f(L)$ を求めるための処理を説明する。図2は、この貸倒金額 L の確率分布 $f(L)$ を求めるための処理フローを概略的に示す図であり、図3及び図4は、この処理フローをより詳細に示す図である。

まず、図2に基づいて、本実施形態に係る貸倒金額の確率分布を算出するための手法を、コンピュータで実施した場合の概略的な処理を説明する。この図2からわかるように、まず、各貸出先の貸出金額 M_k と倒産確率 p_k とを入力する(ステップS1)。続いて、これら貸出金額 M_k と倒産確率 p_k とのうちの少なくとも一方のデータを用いて貸出先数 N を算出した上で、特性関数 $\phi(t)$ を計算する(ステップS2)。次に、この特性関数 $\phi(t)$ をフーリエ逆変換することにより、貸出金全体の貸倒金額 L の確率分布 $f(L)$ が求まる(ステップS3)。そして、この確率分布をプリンタ等で出力する(ステップS4)。以上が、本実施形態の概略的な処理である。

次に、図3に基づいて、本実施形態に係る貸倒金額の確率分布を算出するための手法を、コンピュータで実施した場合の詳しい処理を説明する。この図3からわかるように、まず、各貸出先の貸出金額 $M(k)$ と倒産確率 $P(k)$ をデータとして入力する(ステップS11)。ここで、 k は貸出先を特定するための変数である。つまり、 $M(k)$ は貸出先 k への貸出金額であり、 $P(k)$ は貸出先 k の倒産確率である。これらのデータ入力は、例えば、銀行の大型ホストコンピュータからダウンロードすることにより、入力作業の容易化を図ることが可能である。次に、数式(3)からわかるように、 $t=0$ とした上で(ステップS12)、貸出先を特定するための変数 k を1とし、 t がある値の時の特性関数 $\phi(t)$ を求めるための変数 A を1とする(ステップS13)。

次に、上述した数式(2)に基づく算術を行う。すなわち、 $A = A \times \{1 + P(k) \times (\exp(t \times M(k)) - 1)\}$ を $k=1$ から貸出先数 N になるまで順次繰り返して実行する(ステップS14～ステップS16)。続いて、この算出された A を特性関数 $\phi(t)$ に代入する。次に、 t に $2\pi / (2^{2n})$ を加える(ステップS18)。つまり、次の t を算出する。この t が 2π に満たないときは(ステップS19)、ステップS13からの処理を繰り返す。 t が 2π 以上になったときは(ステップS19)、特性関数 $\phi(t)$ が求まったことになるので、図4に示すフーリエ逆変換の処理を行う。

すなわち、図4からわかるように、特性関数 $\phi(t)$ からフーリエ係数を抽出する(ステップS20)。続いて、分点数 Q である 2^{2n} を4で除算することにより分点数 Q を $1/4$ にする(ステップS21)。次に、 $4 \times Q$ 分点フーリエ係数列を4分点フーリエ係数列 Q 組と考える(ステップS22)。すなわち、係数列 $C(w)$ について、 w を Q で割った余りを w' とした場合、 $C(w')$ 、 $C(w' + Q)$ 、 $C(w' + 2Q)$ 、 $C(w' + 3Q)$ を4分点フーリエ係数列とみなす。続いて、4分点フーリエ逆変換を Q 回繰り返す(ステップS23)。すなわち、 Q 組分の4分点フーリエ逆変換を行う。こうして得られた係数列を

$$D(S, w') \quad S = 0, 1, 2, 3$$

とする。

次に、回転因子である $\exp(-2\pi i w' S / (4Q))$ を Q 組の4分点フーリエ係数列に乗算する(ステップS24)。続いて、このように算出された Q 組の4分点フーリエ係数列を、4組の Q 分点フーリエ係数列と見なす(ステップS25)。次に、 $Q=1$ となったかどうかを判断する(ステップS26)。このステップS26で $Q=1$ となっていないと判断した場合は、 Q を4で除算した上で(ステップS27)、上述したステップS21からの処理を繰り返す。ステップS26で $Q=1$ となっていると判断した場合は、これにより特性関数 ϕ

(t) のフーリエ逆変換が完了し、確率分布が算出されたことになるので、この確率分布における確率密度を縦軸にとり、貸倒金額を横軸にとって、確率分布を出力する(ステップS28)。この確率分布の出力の一例を図5に示す。この図5に示すグラフは、横軸の貸倒金額が1円単位で棒グラフが描かれる形で作成さ

れる。

この図5からわかるように、本実施形態においては、それ以上の貸倒が発生する確率密度が算出処理上実質的にゼロとみなせる貸倒金額までの確率分布を算出している。つまり、一定の金額以上の貸倒金額が発生する確率密度は、算出処理をする上でも、実用的に用いる上でも、ゼロとみなしても差し支えない。このため、一定の金額以上の貸倒金額の発生する確率分布を求めることを省くことにより、算出処理の高速化を図ろうとしている。例えば、図5では4000億円以上の貸倒金額の発生する確率密度は実質的にゼロとみなせるので、本実施形態では、4000億円の貸倒金額までしか確率分布を求めている。この場合 $n=20$ となる。つまり、図5における横軸として1円単位で4000億円分必要になるので、 $2^{20}-1$ が少なくとも4000億を超えるように、 n を設定すればよい。すなわち、 $2^{2 \times 20}-1$ は約1兆995億であるので、 $n=20$ に設定すればよい。

なお、本実施形態のように一定の貸倒金額以上を省かずに、すべての貸倒金額について確率分布を算出することも可能である。すなわち、図5における横軸として、すべての貸出先の貸出金総合計額までグラフを出力するように、算出処理をすることも可能である。

以上のように本実施形態に係る貸出金額の確率分布を算出する技術によれば、多数の貸出先がある場合における貸倒金額の確率分布をコンピュータを用いて正確に計算することができる。このため、銀行等の金融機関は事前に貸倒金額の発生を確率的に予想することができる。例えば、図5を例に説明すると、700億円の貸倒金額が発生する確率密度は0.0010であると、確率的に予想することができる。また、3000億円以上の貸倒金額が発生する確率密度は99%以下であると、判断することができる。このように貸倒金額の発生が事前に確率的にわかることにより、銀行等の金融機関は、貸倒引当金の設定や自己資本の充実などの手段により、信用リスクの管理が可能になる。

また、それ以上の貸倒金額の発生する確率密度が算出処理上実質的にゼロとみなせる金額以上の確率密度の算出を省略することとしたので、コンピュータの負荷を軽減し、短時間で確率分布を算出することができる。

〔第2実施形態〕

本発明の第2実施形態は、100万円や1億円等の所定の金額を1単位と決め、各貸出先の貸出金額をこの所定単位毎にまとめた上で、コンピュータにより確率分布の算出をさせることにより、コンピュータにかかる計算負荷を軽減させたものである。

図6は、第2実施形態に係る金融機関における貸倒金額の確率分布の算出処理をフローにまとめて示す図である。この図6からわかるように、第2実施形態に係る処理フローは、図2に示す第1実施形態の処理フローのステップS1とステップS2の間にステップS30を設けた点で相違する。すなわち、各貸出先の貸出金額 M_k と倒産確率 p_k とを入力した後（ステップS1）、この貸出金額 M_k を所定単位の整数倍にまとめる（ステップS30）。このまとめる処理では、貸出金額 M_k を所定単位で切り上げる、切り捨てる、四捨五入する等の、処理が考えられる。本実施形態では、1億円単位で貸出金額 M_k を切り上げる処理をしている。次に、算出処理に必要となる n の値を求める。すなわち、それ以上の貸倒金額が発生する確率が算出処理上実質的にゼロとみなせる貸倒金額を、所定単位である1億円で除算した商を求める。そして、上述した数式(3)における m の最大値である $2^{2^n} - 1$ が、この商の値以上になるように、 n を設定する。例えば、上述した第1実施形態と同様に、それ以上の貸倒金額が発生する確率が算出処理上実質的にゼロとみなせる金額を、4000億円とすると、所定単位が1億円の場合、その商は4000となる。したがって、フーリエ変換の分点数 Q が4000個必要になることとなり、 $2^{2 \times 6} - 1 = 4095$ であるので、 n を6に設定することとなる。

なお、本実施形態のように一定の貸倒金額までの確率分布を求めるのではなく、すべての貸出先の貸出金総合計額の確率分布を求めるようにすることも可能である。この場合、貸出金総合計額を所定単位で除算し、その商の値以上に、 $2^{2^n} - 1$ がなるように、 n を設定すればよい。

このステップS30以降の処理は、上述した第1実施形態における処理と同様である。なお、本実施形態においては、貸倒金額の確率分布のグラフ出力は、所定単位毎の棒グラフとなる。このグラフ出力の一例を図7に示す。この図7に示すように、グラフ出力は横軸が貸倒金額1億円毎の棒グラフの形として出力され

るが、まとめる金額の単位をある程度小さくすることで、誤差のほとんどない滑らかな出力が得られる。

以上のように、本実施形態に係る貸出金額の確率分布を算出する技術によれば、コンピュータの計算負荷を軽くして、算出処理時間を短くすることができる。すなわち、上述した第1実施形態では、貸出金額が0から $2^{2n}-1$ までの範囲の確率分布を算出することができるが、単位が1円単位であるので、貸出金総合計額が数兆円以上ある金融機関では n が大きくなりすぎるという問題もある。しかし、本実施形態のように、貸出先の貸出金額を所定単位でまとめることにより、 n の値を小さくすることができる。これにより、コンピュータの計算負荷を軽くして、計算時間を短くすることができる。このため、パーソナルコンピュータ等の安価なコンピュータを用いて、本実施形態を実現することができ、システムの開発コストの削減を図ることができる。

また、本実施形態においては、貸出先の貸出金額を所定単位でまとめる際には、切り上げ処理をすることとしたので、最悪の場合を考慮した確率分布のグラフを得ることができる。つまり、フェイルセーフを考慮した確率分布のグラフを得ることができる。

〔第3実施形態〕

本発明の第3実施形態は、貸出先（債務者）の信用状況を示す「格付」の変更にもともなう債権価値の変動をも広義の貸倒損失と考えて、広義の貸倒損失の確率分布を算出しようとするものである。すなわち、上述した第1及び第2実施形態では、貸出先が倒産する又は倒産しないの2つの状態のみを考え、倒産した場合に貸倒損失が発生すると考えたが、本実施形態では貸出先が倒産しなくとも格付けが変動することにより貸倒損失が発生すると考える。

ここで、図8に基づいて「格付」について説明する。この図8の例では、貸出先の格付として「AAA」、「AA」、「A」、「BBB」、「BB」、「B」、「D」という7段階が存在する。「AAA」が一番高い格付であり、貸出先が優良企業等であることを示している。そして、「AA」、「A」、「BBB」、「BB」、「B」の順に格付が低くなり、「D」になるとその貸出先が倒産したことを示している。

「格付」の変更にとまなう債権価値の変動とは、将来の一時点を基準時点として、その基準時点においてすべての債権を評価し直した場合に、格付の上がった貸出先の債権は債権価値の評価が上がり、格付の下がった貸出先の債権は債権価値の評価が下がるということを意味している。本実施形態では、この債権価値の変動を広義の貸倒損失ととらえ、将来の一時点においてどれだけ債権価値の変動があるかを確率分布の形で捕らえようとするものである。

図8の例では、ある貸出先の現在の格付が「A」である。このある貸出先kが将来の一時点における格付が「AAA」になる確率 $P_{k,h}$ は1%であり、「AA」になる確率 $P_{k,h}$ は5%であり、「A」になる確率 $P_{k,h}$ は80%であり、「BB」になる確率 $P_{k,h}$ は6%であり、「BB」になる確率 $P_{k,h}$ は5%であり、

「B」になる確率 P_{kh} は2%であり、「D」になる確率 P_{kh} は1%である。なお、将来の一時点における貸出先 k の格付が「A」のまま変化しない場合も、便宜的に現在の格付「A」から格付「A」に変化したものとして、確率 P_{kh} で表すものとする。

貸出先kが将来の一時点において格付「AAA」になった場合は、格付変動にともなう債権価値の損失割合は貸出金額の－10％になると予想する。つまり、貸出金額の10％の利益が発生すると予想する。貸出先kが将来の一時点において格付「AA」になった場合は、格付変動にともなう債権価値の損失割合は貸出金額の－5％になると予想する。つまり、貸出金額の5％の利益が発生すると予想する。貸出先kが将来の一時点において格付「A」になった場合は、格付変動はなかったことになるので、債権価値の変動は発生しないと考える。

貸出先kが将来の一時点において格付「BBB」になった場合は、格付変動にともなう債権価値の損失割合は貸出金額の5%になると予想する。つまり、貸出金額の5%の損失が発生すると予想する。貸出先kが将来の一時点において格付「BB」になった場合は、格付変動にともなう債権価値の損失割合は貸出金額の10%になると予想する。つまり、貸出金額の10%の損失が発生すると予想する。貸出先kが将来の一時点において格付「B」になった場合は、格付変動にともなう債権価値の損失割合は貸出金額の20%になると予想する。つまり、貸出金額の20%の損失が発生すると予想する。貸出先kが将来の一時点において格

[illegible]

N個の貸出先 $k = 1, 2, \dots, N$ が存在し、H 段階の格付があるとする。貸出先 k の格付が第 h 格付に変化する確率を p_{kh} とする。貸出先 k はいずれかの格付をとるため、

である。

$$\phi(t) = \prod_{k=1}^N \left\{ \sum_{h=1}^H p_{kh} \exp(i t M_{kh}) \right\} \quad \dots (5)$$

この特性関数 $\phi(t)$ をフーリエ逆変換することにより、広義の貸倒金額の確率分布を求めることができる。

- 16 -

のパターンについて一括形式で定めておいてもよい。

次に、これら貸出金額 M_k のデータを用いて貸出先数 N を算出した上で、各貸出先の貸出金額 M_k と、格付変動による損失割合とに基づいて、各貸出先毎の債権価値の変動額 $M_{k,n}$ を算出する（ステップS41）。

次に、各貸出先の格付変化の確率 p_{kh} と各貸出先毎の債権価値の変動額 M_{kh} とを用いて数式（５）に示した特性関数 $\phi(t)$ を算出する（ステップＳ４２）。次に、この特性関数 $\phi(t)$ をフーリエ逆変換することにより、広義の貸倒金額 L の確率分布 $f(L)$ が求まる（ステップＳ３）。そして、この確率分布をプリンタ等で出力する（ステップＳ４）。

以上のように、本実施形態に係る広義の貸倒金額の確率分布についての算出手法によれば、倒産に至らなくとも信用悪化により債権価値が減少するリスクも含めた信用リスク管理が可能になる。すなわち、図8に示したように、将来の一時点において、貸出先が倒産（格付「D」）に至っていなくとも、格付が「BBB」、「BB」、「B」に下がることにより債権価値が減少する。このような債権価値の減少は広い意味での貸倒損失であると考えることができる。本実施形態では、このような債権価値の減少をも考慮した広義の貸倒金額の確率分布を求めることができる。

〔第4実施形態〕

本発明の第4実施形態は、実損金額及び貸倒確率について複数のシナリオを用意して、これら複数のシナリオの平均をとることにより、貸倒金額の確率分布をより正確にもとめようとするものである。

ここで、実損金額とは、貸出先の貸出金額から、その貸出先について設定されている担保金額等を差し引いた金額である。つまり、 $\text{実損金額} = (\text{貸出先への貸出金額}) - (\text{担保金額等})$ で表現することができる。これは、貸出先が倒産したとしても、その貸出先について担保を設定しているような場合には、その担保価値分については貸出金を回収することができるので、その分を差し引いた金額が実損金額となるためである。

まず、一般式から説明すると、 N 個の貸出先 $k = 1, 2, \dots, N$ が存在し、倒産確率が p_k であり、貸出金額が M_k である確率を $G(p_1, \dots, p_N, M_1, \dots, M$

[illegible]

(ただし、和は全ての $p_1, \dots, p_N, M_1, \dots, M_N$ の組み合わせについて取る)

あるいは、倒産確率及び貸出金額の変動の確率分布が連続の場合には、 N 個の貸出先 $k = 1, 2, \dots, N$ が存在し、倒産確率が p_k であり、貸出金額が M_k である確率密度を $g(p_1, \dots, p_N, M_1, \dots, M_N)$ とする。この場合、貸倒金額の確率分布は、

となる。つまり、数値積分をすることにより貸倒金額の確率分布が求まる。

- 18 -

る。

例えば、将来の担保価値の変動により、実損金額は変動することになる。また、将来の日本の経済状況により、倒産確率は変動することになる。これら s_n 個分のシナリオに対する実損金額と倒産確率は、人が予測した値を入力してもよいし、コンピュータシミュレーションや関数により算出してもよい。

次に、各シナリオ毎に貸倒金額の確率分布を算出する。すなわち、まず第1シナリオに基づく各貸出先の第1実損金額と第1倒産確率と取り込んで（ステップS52（1））、これら第1実損金額と第1倒産確率とに基づいて特性関数を算出する（ステップS53（1））。続いて、この特性関数をフーリエ逆変換し（ステップS54（1））、第1確率分布を取得する（ステップS55（1））。

同様にして、第2シナリオによる第2確率分布を取得し（ステップS52（2）～ステップS55（2））、第3シナリオによる第3確率分布を取得し（ステップS52（3）～ステップS55（3））し、…第 s_n シナリオによる第 s_n 確率分布を取得する（ステップS52（ s_n ）～ステップS55（ s_n ））。

これまでの処理で s_n 個の確率分布が得られたことになるが、本実施形態では上述した数式（6）に基づいて、これら s_n 個の確率分布の加重平均を求め（ステップS56）、この加重平均された確率分布をプリンタ等で出力する（ステップS47）。なお、図10の例では各シナリオを平均化した貸倒金額の確率分布を求めたが、 s_n 個分の貸倒金額の確率分布をそれぞれシナリオ毎にプリンタ等で出力し、その出力結果を人間が解析するようにすることも可能である。また、上述した数式（7）に基づけば、ステップS56で数値積分をすることにより、各シナリオの平均を求めることになる。

次に、ステップS51において、関数に基づいて複数のシナリオを発生させる手法について説明する。本実施形態では、各貸出先のそれぞれの倒産確率をある関数に基づいて複数発生させる。したがって、貸出金額については各貸出先毎に固定であってもよいし、人がシナリオ毎に想定したデータを入力してもよい。

（マルチファクターモデル）

まず、マルチファクターモデルについて説明する。Norm（）を標準正規分

布の累積確率関数とする。いま R 個の確率変数 u_1, u_2, \dots, u_R が存在し、 R 次元正規分布にしたがうものとし、その確率密度関数を $f_R()$ とする。貸出先の数を N とし、各貸出先 $k = 1, \dots, N$ についてその状態を示す確率変数 y_k が存在し、この確率変数が、

$$y_k = \sum_{r=1}^R a_{kr} u_r + \varepsilon_k \quad \dots (8)$$

で表されるものとする。但し、 a_{kr} は定数であり、 ε_k は標準正規分布にしたがう確率変数 u_1, u_2, \dots, u_R とは独立な確率変数であり、各 ε_k は互いに独立である。さらに、定数 Y_k が存在し、 $y_k < Y_k$ のとき、貸出先 k は倒産するものとする。

このとき、貸出先 k が倒産すること、すなわち、

$$y_k < Y_k,$$

$$\varepsilon_k < Y_k - \sum_{r=1}^R a_{kr} u_r,$$

はそれぞれ同値であり、貸出先 k の倒産、非倒産は確率変数 u_1, u_2, \dots, u_R を固定した状況では、確率変数 ε_k のみで決まる。

確率変数 ε_k は互いに独立であるため、確率変数 u_1, u_2, \dots, u_R を固定した状況では、貸出先 k の倒産、非倒産は互いに独立となる。また、その場合の貸出先 k の倒産確率は、

$$\text{Norm} \left(Y_k - \sum_{r=1}^R a_{kr} u_r \right) \quad \dots (9)$$

THE **NEW** **YORK** **PUBLIC** **LIBRARY**

さらに、貸倒金額の確率分布を $F(L, u_1, u_2, \dots, u_R)$ とすると、平均化された貸倒金額の確率分布は、

となる。これを数値積分することにより、貸倒金額の確率分布を求めることができる。

上述したマルチファクターモデルの特殊なケースとして、1ファクターモデルがある。以下では、この1ファクターモデルについて説明する。

- 21 -

$$y_k = a_k u + \varepsilon_k \quad \dots (11)$$

で表されるものとする。但し、 a_k は定数であり、 ε_k は標準正規分布にしたがう確率変数 u とは独立な確率変数であり、各 ε_k は互いに独立である。さらに、定数 Y_k が存在し、 $y_k < Y_k$ のとき、貸出先 k は倒産するものとする。

このとき、貸出先 k が倒産すること、すなわち、

$$\begin{aligned} y_k &< Y_k, \\ \varepsilon_k &< Y_k - a_k u, \end{aligned}$$

はそれぞれ同値であり、貸出先 k の倒産、非倒産は確率変数 u を固定した状況では、確率変数 ε_k のみで決まる。

確率変数 ε_k は互いに独立であるため、確率変数 u を固定した状況では、貸出先 k の倒産、非倒産は互いに独立となる。また、その場合の貸出先 k の倒産確率は、

$$\text{Norm}(Y_k - a_k u) \quad \dots (12)$$

と特定できる。つまり、数式(12)により表される関数から、各貸出先毎に s_n 個の倒産確率をサンプリングする。すなわち、数式(12)により表される関数から s_n 個のシナリオを取得し、各シナリオにつき各貸出先の倒産確率を取得する。

本実施形態では、 s_n の値を25としている。また、確率変数 u は経済状態全般を表すファクターであり、その値が小さいほど全般的な経済状態が悪いことを

示している。 a_k は貸出先 k が経済状態の影響をどれくらい受ける性質の企業であるかを表す係数であり、その値が大きいほど全般的な経済状態の影響を受けやすい企業であることを示している。

貸倒金額の確率分布を $F(L, u)$ とすると、平均化された貸倒金額の確率分布は、

$$\int F(L, u) \text{Norm}'(u) du \quad \dots (13)$$

となる。これを数値積分することにより、平均化された貸倒金額の確率分布を求めることができる。

以上のように、本実施形態に係る貸倒金額の確率分布についての算出手法によれば、実損金額や倒産確率を変化させた複数のシナリオを用意して、これら複数のシナリオに基づいて複数の確率分布を算出し、これらの平均をとることにより、より正確な貸倒金額の確率分布を求めることができる。すなわち、将来の経済状況全般や担保価値の変動を考慮した、貸倒金額の確率分布を求めることができる。

このように倒産確率や貸出金額が変動する場合における貸倒金額の確率分布を算出することができるので、金融機関における信用リスク管理に役立てることができる。

なお、本発明は上記実施形態に限定されずに種々に変形可能である。例えば、貸倒金額の確率密度を棒グラフの形で出力するのではなく、数値の一覧表の形で出力することも可能である。また、上記実施形態においては高速フーリエ変換法（FFT）を用いてフーリエ逆変換を行ったが、他の手法、例えば、通常のフーリエ逆変換公式を用いて行うことも可能である。すなわち、分点数をQとすれば、数式（14）で示すフーリエ逆変換公式を用いてフーリエ逆変換をすることも可能である。

$$f(L) = \frac{1}{Q} \sum_{m=0}^{Q-1} \phi\left(\frac{2\pi m}{Q}\right) \exp\left(-i \frac{2\pi m}{Q} L\right) \quad \dots (14)$$

また、第1乃至第3実施形態において、第4実施形態で述べたように貸出先について設定されている担保金額等を考慮して、貸出先が倒産した場合に金融機関が実質的に被る損害の額である実損金額を用いて、貸倒金額の確率分布を算出するようにしてもよい。

さらに、上記実施形態に係る処理をフロッピーディスクやCD-ROM等の記録媒体に記録することも可能である。この場合、上記処理を記録した記録媒体を汎用コンピュータに読み込ませることにより、本発明に係る技術を実現することができる。

また、上記各実施形態をハードウェア的に実現することも可能である。例えば、上述した第1実施形態をハードウェア的に実現した場合における貸倒金額の確率分布算出装置の構成の一例を、図11に示す。この図11からわかるように、貸倒金額の確率分布算出装置は、貸出先のそれぞれの貸出金額と倒産確率とを入力するための貸出金額・倒産確率入力装置10と、これら貸出金額と倒産確率に基づいてその特性関数を算出するための特性関数算出装置12と、この特性関数をフーリエ逆変換をすることにより確率分布を算出するための確率分布算出装置14と、この算出された確率分布をプリンタにグラフとして出力するための確率分布出力装置16とを、備えて構成されている。

本発明によれば、コンピュータを用いて、複数の貸出先を有する金融機関の貸倒金額の確率分布を正確に計算することができるようになり、金融機関は事前に貸倒金額の発生を確率的に予想することができるようになる。

【請求項6】

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、
前記複数の貸出先のそれぞれの格付が変動する確率である格付変動確率と、前記複数の取引先の前記格付の変動による債権価値の変動額である債権価値変動額とを取得する、取得手段と、

前記取得手段で取得した前記格付変動確率と前記債権価値変動額とに基づいて、その特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記確率分布算出手段により算出された前記確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

を備えることを特徴とする貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項7】

前記取得手段は、

前記複数の貸出先のそれぞれの貸出金額と、前記複数の貸出先のそれぞれの格付の変動に伴う損失割合とを入力する、入力手段と、

前記貸出金額と前記損失割合とに基づいて、前記複数の貸出先のそれぞれについて前記債権価値変動額を算出する、変動額算出手段と、

を備えることを特徴とする請求項6に記載の貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項8】

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、
前記複数の貸出先のそれぞれの貸出金額と倒産確率とを入力するための、入力手段と、

前記入力手段で入力された前記貸出金額に基づいて、前記貸出先が倒産した場合に前記金融機関が実質的に損害を被る金額である実損金額を算出する、実損金額算出手段と、

前記実損金額と前記倒産確率とに基づいて、その特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をする

ことにより、確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記確率分布算出手段により算出された前記確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

を備えることを特徴とする貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 9】

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、前記貸出先が倒産した場合に前記金融機関が実質的に損害を被る金額である実損金額を将来の変動を予測して複数取得するとともに、前記貸出先が倒産する倒産確率を将来の変動を予測して複数取得して、これを複数のシナリオとする、シナリオ取得手段と、

前記シナリオ取得手段で取得した複数の前記実損金額と前記倒産確率とに基づいて、前記シナリオ毎に特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、前記シナリオ毎に確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記シナリオ毎の確率分布の平均である平均確率分布を算出するための、平均確率分布算出手段と、

前記平均確率分布算出手段により算出された前記平均確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

を備えることを特徴とする貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 10】

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、前記貸出先が倒産した場合に前記金融機関が実質的に損害を被る金額である実損金額を将来の変動を予測して複数取得するとともに、前記貸出先が倒産する倒産確率を将来の変動を予測して複数取得して、これを複数のシナリオとする、シナリオ取得手段と、

前記シナリオ取得手段で取得した複数の前記実損金額と前記倒産確率とに基づいて、前記シナリオ毎に特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、前記シナリオ毎に確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

を備えることを特徴とする貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 1 1】

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、前記複数の貸出先のそれぞれの貸出金額を取得するとともに、前記貸出先が倒産する倒産確率を将来の変動を予測して複数取得して、これを複数のシナリオとする、シナリオ取得手段と、

前記シナリオ取得手段で取得した前記貸出金額と複数の前記倒産確率とに基づいて、前記シナリオ毎に特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、前記シナリオ毎に確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記シナリオ毎の確率分布の平均である平均確率分布を算出する、平均確率分布算出手段と、

前記平均確率分布算出手段により算出された前記平均確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

を備えることを特徴とする貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 1 2】

複数の貸出先を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、前記複数の貸出先のそれぞれの貸出金額を取得するとともに、将来を予測して、前記貸出先が倒産する複数の倒産確率を取得して、これを複数のシナリオとする、シナリオ取得手段と、

前記シナリオ取得手段で取得した前記貸出金額と前記複数の倒産確率とに基づいて、前記シナリオ毎の特性関数を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数をフーリエ逆変換をすることにより、前記シナリオ毎に確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記確率分布算出手段により算出された前記シナリオ毎の確率分布をそれぞれ出力するための、確率分布出力手段と、

を備えることを特徴とする貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 13】

前記シナリオ取得手段では、前記貸出先が倒産する確率を関数をもって表現し、この関数に基づいて前記複数の倒産確率を取得する、ことを特徴とする請求項 1 1 に記載の貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 14】

前記貸出先が倒産する確率を表現する関数は、貸出先を k とし、 R 次元正規分布にしたがう確率変数を u_r とし、定数を a_{kr} とした場合に、

$$\text{Norm} (Y_k - \sum_{r=1}^R a_{kr} u_r)$$

で表される、ことを特徴とする請求項 13 に記載の貸倒金額の確率分布算出装置

【請求項 15】

前記貸出先が倒産する確率を表現する関数は、貸出先を k とし、確率変数を u とし、定数を a_k とした場合に、

$$\text{Norm } (Y_k - a_k u)$$

で表される、ことを特徴とする請求項 13 に記載の貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 16】

N個の貸出先 $k = 1 \cdots N$ を有する金融機関における貸倒金額の確率分布算出装置であって、

前記N個の貸出先 $k = 1 \cdots N$ のそれぞれの貸出金額 M_k と倒産確率 p_k とを入力するための、入力手段と、

前記入力手段で入力された前記貸出金額 M_k と前記倒産確率 p_k のうちの少なくとも一方に基づいて、前記貸出先数 N を算出するための、貸出先数算出手段と、

・ フーリエ変換の分点数 n に対して、 $t = 2\pi m / (2^{2n})$ 、 $(m = 0, 1, 2, \dots, 2^{2n} - 1)$ の各 t における特性関数

$$\phi(t) = \prod_{k=1}^N \{1 + p_k (\exp(i t M_k) - 1)\}$$

を算出するための、特性関数算出手段と、

前記特性関数算出手段により算出された前記特性関数を、高速フーリエ変換法を用いて、フーリエ逆変換をすることにより、確率分布を算出するための、確率分布算出手段と、

前記確率分布算出手段により算出された前記確率分布を出力するための、確率分布出力手段と、

を備えることを特徴とする貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 17】

前記特性関数算出手段における m の最大値である $2^{2^n}-1$ は、貸出金総合計額以上の値である、ことを特徴とする請求項16に記載の貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 18】

前記特性関数算出手段における m の最大値である $2^{2^n}-1$ は、それ以上の貸倒金額が発生する確率が算出処理上実質的にゼロとみなせる貸倒金額以上の値である、ことを特徴とする請求項16に記載の貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 19】

前記入力手段で入力された前記貸出金額を、所定単位の整数倍にまとめるための、貸出金額まとめ手段を、さらに備えるとともに、

前記特性関数算出手段における m の最大値である $2^{20}-1$ は、貸出金総合計額を前記所定単位で除算した商以上の値である、ことを特徴とする請求項16に記載の貸倒金額の確率分布算出装置。

【請求項 20】

前記入力手段で入力された前記貸出金額を、所定単位の整数倍にまとめるための、貸出金額まとめ手段を、さらに備えるとともに、

前記特性関数算出手段における m の最大値である $2^{2^n} - 1$ は、それ以上の貸倒金額が発生する確率が算出処理上実質的にゼロとみなせる貸倒金額を前記所定単位で除算した商以上の値である、ことを特徴とする請求項16に記載の貸倒金額の確率分布算出装置。

[illegible][illegible]